

"PAO DE AÇUCAR" e "MAR DE MORROS" *

André Libault

Estes vocábulos são tão usuais que pareceria singular utilizar outros para o título de um estudo sobre os monolitos graníticos que se destacam acima da superfície da área mamelonar. Devemos reconhecer que este "mar", organizado à base de "meias laranjas", seria bastante difícil de interpretar. Na realidade deve-se entender que a vocação agrícola do Brasil inspirou essas comparações populares, mas que agora, do ponto de vista mais científico, tôdas as noções devem ser reconsideradas; a observação, mesmo superficial, permite constatar que ambas são erradas: o "pão de açúcar" nunca apresenta a simetria do molde utilizado nos primeiros engenhos açucareiros; as paredes não são igualmente inclinadas, sendo, pelo menos uma, quase vertical. Os morros mamelonares, também nunca apresentam a verticalidade da parte inferior da "meia laranja".

Dificuldades da constatação

A forma exterior nunca retém bastante a atenção, pois a geomorfologia brasileira considera mais conjuntos areolares do que os componentes individuais. Deve-se reconhecer que o estudo detalhado apresenta dificuldades bem grandes, porque os processos convencionais de abordagem não podem ser aplicados sem adaptações importantes; os obstáculos são, não somente de imprecisão, mas também de lacunas.

Com efeito, não existe a carta de base com curvas de nível desta região. Deve-se refazer um levantamento topográfico, ou utilizar-se a cobertura aérea. Mas como observou Aziz AB'SABER, de duas coisas uma: ou a região será bastante descoberta para permitir a instalação da prancheta, bem como uma restituição fácil dos pares aerofotogramétricos ou a vegetação será conservada ou reconstituída preser-

* (Trabalho recebido em junho de 1971)

vando a área, da penetração. No primeiro caso, a destruição ou atenuação antrópica do manto arbóreo resulta em uma paisagem que representa uma estabilização de resistência bem diferente da ação dinâmica resolvida em um "equilíbrio biostático" — O segundo caso não facilita mais o conhecimento, pois a análise das fotografias aéreas deve ser concluída com cuidado. O que será "restituído" pelos aparelhos eletrônicos mais modernos, não será o "mar de morros", mas sim o mar da folhagem de árvores, que, *por definição*, vem em discordância com o solo: as maiores árvores crescem freqüentemente nos setôres baixos da área mame-lonar, onde a pedogênese foi mais ativa. O dilema é de conhecer incompletamente uma superfície exata e bem conservada, ou estudar uma superfície deformada e perturbada pela ação do homem. A mesma observação se aplica também aos estudos da estrutura da rocha que forem tentados, utilizando os perfis obtidos por ocasião das grandes obras da rede rodoviária, em particular as paredes dos túneis. Mas sabemos que a situação estática original da rocha torna-se bem modificada, depois de se tirar a massa de matéria da escavação (1).

É provável que os novos métodos de investigação, à base de raios infra-vermelhos e, principalmente, de radar e laser, permitirão eliminar o obstáculo da cobertura vegetal. Mas, no momento, será melhor recorrer ao método do modelismo teórico. Precisamente, os princípios elementares da mecânica dos solos trazem o meio de calcular os elementos básicos do estudo. A análise do próprio relêvo através das variáveis numéricas foi, até agora, perfeitamente definida; tentaremos combinar as novidades da dinâmica com os clássicos tratamentos estatístico-geográficos da morfometria, de tal modo que poder-se-ão estabelecer modelos de referência.

Equilíbrio de um abrupto de falha

Qualquer ponto, dentro de um volume de matéria pesada, sofre a ação de forças internas, resultantes da gravidade e das interações. Considerando-se facetas pequenas dentro do bloco as forças ou tensões que afetam as moléculas dependem da orientação: podem ser decompostas em dois elementos, um normal n e um tangencial t . Mas supondo-se o bloco de dimensões infinitas numa direção, existem duas direções

privilegiadas, *duas direções principais*, nas quais a componente tangencial torna-se nula; estas duas direções são orientadas perpendicularmente à maior direção do bloco: uma n_1 , deve ser vertical, a outra, n_2 , perpendicular à primeira, ou seja, horizontal (Fig. 1). No interior do bloco,

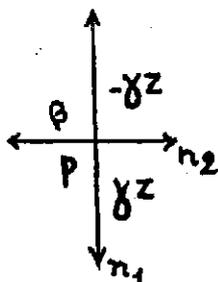


FIGURA 1

cada tensão fica compensada pela reação do restante da matéria, e cada ponto está em equilíbrio. Sendo a matéria homogênea, teremos em qualquer ponto uma densidade igual a γ o volume elementar da unidade, recortado (imaginariamente) dentro da massa, sofrerá uma tensão vertical que depende unicamente da "profundidade" do elemento sob o plano superior (horizontal) da rocha. Chamemos z esta altura da matéria presente acima do volume P ; a *tensão vertical* (ou *normal* ou *pressão*) n_1 será igual a γz . Esta pressão será equilibrada pela reação da rocha — γz , dirigida de baixo para o alto. No caso de uma matéria perfeitamente rígida, o equilíbrio seria definitivo com as duas forças opostas. Mas como a matéria sempre apresenta elasticidade, a pressão ou compressão resulta em tensões laterais que serão representadas pela resultante n_2 , acompanhando a segunda direção principal. Nenhum deslocamento pode ser registrado, porque o pequeno volume elementar está mantido pela matéria circunvizinha. A grandeza das forças depende de duas características: a coesão da matéria c e o ângulo de fricção interna; a argila tem menos coesão c , menos fricção interna que o granito.

Suponhamos agora que uma falha vertical venha a cortar a rocha na direção de um plano vertical que seja perpendicular ao plano das duas tensões n_1 e n_2 . Nada será modificado na direção infinita da falha, nada será modificado a respeito da compressão n_1 , mas a reação oposta a n_2 desaparecerá bruscamente. A matéria não mais será equi-

librada e, para acompanhar exatamente as conseqüências do fenômeno, devemos tentar uma análise avaliadora.

Para ficar dentro do alcance da maioria dos geógrafos, utilizaremos inicialmente um método gráfico, porque o cálculo algébrico apela para as matemáticas superiores. Duas hipóteses são necessárias; o bloco restante é muito grande na direção perpendicular ao plano da falha, e, como já indicado, na direção horizontal paralela ao plano da falha, mas o desnivelamento da falha é limitado. Por outro lado, vamos considerar somente o equilíbrio parcial de um pequeno elemento *isolado*, reservando para mais tarde a correção das distorções que resultarem.

As direções principais são a vertical e a perpendicular ao plano da falha, a componente neste processo torna-se bruscamente anulada, a parede acha-se num estado de equilíbrio *inferior*. Gráficamente, o mais claro será a construção do círculo de MOHR (2) correspondente (Fig. 2). Lembremos que os dois eixos representam a componente normal e a componente tangencial; sendo a tensão n_2 nula, a origem O será um ponto do círculo; um outro ponto será B, tal que OB seja igual a n_1 . Como o centro deve estar sobre o eixo horizontal, podemos traçar o círculo que terá um diâmetro OB, ou um raio igual a n_1 . O equilíbrio será realizado

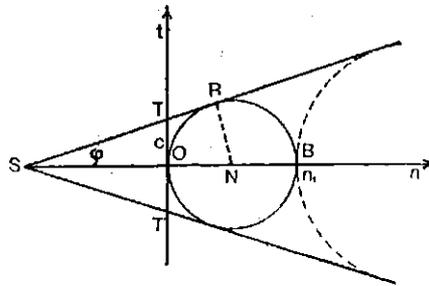


FIGURA 2

quando o círculo permanecer no interior de uma "curva intrínseca de ruptura" (3), característica da rocha. Neste caso, a curva intrínseca de ruptura será representada por duas retas, definidas pela ordenada na origem $OT = OT' = c$ (coesão) e pela inclinação sobre o eixo das abscissas γ (ângulo de fricção interna). A escala de medição sobre ambos eixos deve ser a mesma. O caso limite será da tangência do círculo às retas, como aparece na figura 2; com efeito, devemos considerar o equilíbrio inferior e não o equi-

líbrio superior que seria representado pelo círculo exterior pontilhado e, porisso, corresponderia a condições precárias (4). A posição das retas ST,ST' é fixa; as dimensões do círculo dependem apenas do diâmetro do círculo seja de n1 ou γz. Então o diâmetro do círculo varia linearmente com esta distância de profundidade. Quando z é muito pequeno n1 é pequeno, e o círculo fica, sem dúvida, dentro da curva de ruptura. As camadas superiores permanecem em equilíbrio certo e estável. Mas quando z aumenta, o valor de n1 aumenta até restabelecer a componente n2.

A figura permite calcular facilmente o valor de z que corresponde ao limite do equilíbrio inferior, sendo os dois triângulos retângulos SOT e SMR semelhantes, podemos escrever:

$$\frac{RM}{OT} = \frac{SM}{ST} = \frac{SO + OM}{ST}$$

Ora, $OM = RM = \frac{n1}{2}$; $OT = c$; $SO = c \cdot \cotg \zeta$;

$$ST = \frac{c}{\text{sen } \zeta}$$

De onde: $\frac{n1}{2c} = \frac{(c \cdot \cotg \zeta + \frac{n1}{2} \cdot \text{sen } \zeta)}{c}$

$$\frac{n1}{2} = c \cdot \cos \zeta + \frac{n1}{2} \cdot \text{sen } \zeta$$

$$n1 = \gamma z o = \frac{2c \cdot \cos \zeta}{1 - \text{sen } \zeta}$$

$$z o = \frac{2c}{(\gamma)} \times \frac{\cos \zeta}{1 - \text{sen } \zeta} = \frac{2c}{\gamma} \cotg \left(45^\circ - \frac{\zeta}{2} \right) \quad [1]$$

O fato importante demonstrado por este método simplificado implica em que toda a parte superior do abrupto rochoso da falha (incluída entre o plano superior e a profundidade crítica z_0) está em equilíbrio inferior estável. Mas, abaixo da cota z_0 , as tensões da camada superficial atingem valores perigosos, que podem ocasionar a desagregação da rocha, (Fig. 3). A tensão horizontal n_2 sempre

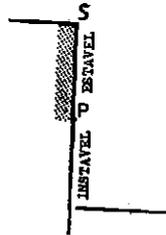


FIGURA 3

parte do ponto O, mas não é mais nula, e vai aumentar à medida que n_1 também aumenta com z . Os valores atingem medições superiores àqueles que lá existiam antes do fenômeno tectônico. Conseqüentemente, as linhas de força são desviadas por dentro do bloco a partir deste ponto P de profundidade z_0 . O deslocamento vai se acentuando à medida que a profundidade aumenta, mas nunca encerra uma espessura importante em relação às dimensões do bloco. Bastante perto do plano de falha, as linhas de força retomam sua direção vertical original. Mas tais desvios não significam que a parte hachurada será obrigatoriamente erodida (Fig. 4) O equilíbrio pode ser pouco instável de tal modo

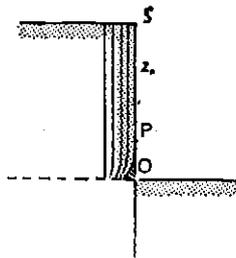


FIGURA 4

que nada acontecerá desde que as condições de resistência da rocha não sejam alteradas. Mas, quando as condições climáticas provocarem uma ligeira diminuição de c , haverá separação e eliminação de pequenas plaquetas superficiais. Este tipo de erosão desértica é bem conhecido como "folha-

ção” e apenas tal pesquisa mecânica pode explicar a localização na parte inferior da parede.

No caso dos grandes blocos monolíticos, temos aqui uma justificação da grande imunidade das paredes falhadas que resultam em uma verticalidade bem verificada. Acontece que as duas extremidades do bloco falhado são caracterizadas por tais “pães de açúcar”. Temos bastante exemplos de plataforma superior, sendo a ligação com a parede vertical feita através de um ângulo reto. Mais freqüentemente, a parte superior aparece arredondada, para constituir o “pão de açúcar”. Esta forma não vem em contradição com os cálculos precedentes, que levam em conta apenas os elementos internos. Desde que intervenham as forças de erosão pluvial e eólica, o processo de arredondamento se inicia e vai ampliando. Em todo o caso, não pode afetar as partes inferiores verticais, que conservam a mesma linha geral, enquanto a deterioração do lado oposto ocasiona a dissimetria. Este fenômeno sofre muitas variações, às vezes com dois andares diferenciados. O estudo mecânico completo, já iniciado, implica em considerações matemáticas de grau elevado.

Tentativa de avaliação numérica

A simplificação introduzida é perfeitamente legítima enquanto se trata da explicação qualitativa; não pode ser conservada quando se trata de avaliar as ordens de grandeza dos fenômenos. Com efeito, o equilíbrio individual do pequeno volume elementar fica sujeito a modificações quando se considera o conjunto do bloco que, por outro lado, não pode ser ilimitado. Nossa fórmula simples deve ser substituída por uma outra bem mais complicada, como aquela demonstrada por CAQUOT & KERIZEL (5):

$$Z_0 = \frac{2c}{\gamma} \cdot \cotg \zeta \frac{1 + \operatorname{sen} \zeta}{1 - \operatorname{sen} \zeta} \cdot [1 - \operatorname{tg} (45^\circ - \frac{\zeta}{2}) \dots$$

$$e^{-\frac{\zeta}{2} \operatorname{tg} \zeta}] [2]$$

Mas mesmo o equilíbrio global assim definido necessita de retoques, porque os valores c , γ e ζ não são constantes na massa do bloco.

Temos que, para adaptar a fórmula [1] às necessidades da pesquisa geomorfológica e geomorfométrica, basta

acrescentar um coeficiente numérico que pode ser da ordem de 0,25 a 0,5 conforme os casos de natureza da rocha e de ambiente climático. Para fixar as idéias, podemos calcular a altitude z_0 , observando que c e ζ podem se resolver em um outro valor mais usual, a carga de ruptura R . Localmente, podemos escrever: $\gamma z_0 = R$.

Mas em função da ação global, devemos corrigir o cálculo introduzindo o coeficiente K e a carga de ruptura total. Por conseqüência, teremos a profundidade crítica:

$$z_0 = K \frac{R}{\gamma}$$

Aplicamos a um caso banal: densidade = 2,5 toneladas por metro cúbico; carga de ruptura = 100 quilos por centímetro quadrado. A altura da parede imunizada resulta em 200 metros com $K = 0,5$ e em 100 metros com $K = 0,25$ (6). Estes valores parecem bem verificados na África, e mesmo no Brasil. Quando a resistência vem a cair até 25 quilos por centímetro quadrado, sendo o coeficiente conve-

niente 0,3, teremos $z_0 = 0,3 \times \frac{250}{2,5} = 30$ m.

Evolução do bloco falhado

Praticamente, com este último valor, a parte baixa do bloco será rapidamente solapada na base, principalmente no ambiente de um clima tropical úmido; esta destruição da base será acompanhada de fenômenos de desmoronamento e, finalmente, a parede torna-se-á uma vertente inclinada (Fig. 5). Na vertical da linha de falha, haverá um tipo de

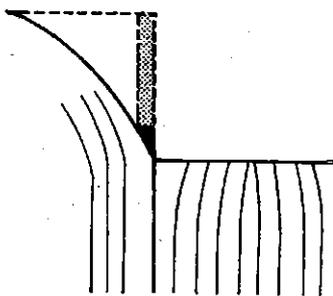


FIGURA 5

funil, com resistência reduzida por causa da coesão diminuída. De ambos os lados as linhas de força são mais distanciadas perto do nível do bloco falhado que em profundidade. Mais distantes da falha, as linhas de força tendem a voltar à vertical; mas, no caso de falhas bastante próximas, o mesmo acontece, simetricamente, do outro lado da figura. Quando a reunião das linhas de força inclinadas em sentido contrário ocorre na parte média, ocasiona tensões de compressão que aumentam a tendência natural já verificada à formação de diaclases. As tensões perpendiculares ao plano da figura não escapam à influência dessas rupturas de equilíbrio, o que finalmente desemboca neste "mosaico de diaclases", freqüentemente citado por AB'SÁBER. Pode-se observar que, mesmo no caso de falhas distanciadas, as rupturas de resistência intermediárias fazem o papel de falhas próximas para acentuar a fissuração mais ou menos geométrica. Grosso modo, pode-se dizer que a altura dos "monolitos" destruídos compensa o distanciamento dos abruptos.

O restante já sabemos: não mais podemos contar com uma coesão homogênea da rocha; pelo contrário, a decomposição físico-química vai diminuir a força de ruptura, assim como o ângulo de fricção interna. As condições do círculo de MOHR não mais se aplicam, e devemos procurar um outro tipo de relação, uma lei de variação da coesão e em função da profundidade.

Ora, dentro de um elemento alveolar da rede de diaclases, a ação dos processos de decomposição acompanha uma lei aleatória. Por conseqüência, podemos admitir que a organização erosiva resultante das vertentes é linearmente

proporcional a $\frac{c}{\gamma}$. Como não é raro constatar que a

densidade vai aumentando quando a coesão torna-se menor, esta dupla variação conjugada só pode reforçar a distribuição "normal" e o perfil resultante é uma curva "em sino" (às vezes chamada de curva de Gauss). Sabemos que tal curva apresenta dois ramos assintóticos ao eixo horizontal (de ordenada zero) e por outro lado, obedece a uma dependência exponencial quadrática negativa; chamando, pelo momento y as ordenadas e x as abscissas, a forma geral da aplicação será (7):

$$x \leftrightarrow y = Y. e^{-Kx^2}$$

sendo Y a ordenada do ponto mais alto, que corresponde a $x=0$. Para se construir o perfil correspondente, há de se estabelecer um quadro dos x em função dos y. Como necessitamos do valor de x^2 vamos organizar o cálculo de modo a tirar inicialmente este valor quadrático. Tomando os logaritmos obtem-se:

$$\frac{Kx^2}{0} = \frac{Y}{y}$$

$$Kx^2 \log e = \log Y - \log y \quad x^2 = \frac{\log Y - \log y}{K \log e}$$

Trata-se de estabelecer uma curva; então podemos escolher unidades cômodas para os cálculos, reservando a possibilidade de modificar a escala relativa das abscissas e das or-

denadas. Então, tomaremos o valor simples $K \log e = \frac{1}{100}$

e a unidade dos x será o centímetro. Os valores necessários de y serão a seqüência dos números inteiros reais, e o limite extremo será $Y = 10$. Teremos o quadro seguinte:

TABELA I

Y	x^2 (cm ²)	x (cm)
0	∞	∞
1	100,00	10,00
2	100 (1 - 0,30103) = 69,897	8,36
3	100 (1 - 0,47712) = 52,288	7,23
4	100 (1 - 0,60206) = 39,794	6,30
5	100 (1 - 0,69897) = 30,103	5,48
6	100 (1 - 0,77815) = 22,185	4,71
7	100 (1 - 0,84510) = 15,490	3,92
8	100 (1 - 0,90309) = 9,691	3,11
9	100 (1 - 0,95424) = 4,576	2,14
10	100 (1 - 1) = 0	0

Tentando conservar a mesma escala dos x e dos y constatamos que o perfil parece muito elevado e agudo. Uma escala mais conveniente consiste em reduzir tôdas as alturas de um coeficiente n . Então chamando as alturas reduzidas h e as abscissas (que serão os raios da superfície de revolução r) temos a equação do perfil do morro mameionado tipo:

$$h = H \cdot e^{-Kr^2}$$

com $H = nY$ da definição precedente. A comparação com os perfis tirados das curvas de nível ou melhor com as fotografias terrestres horizontais sugere um valor de n entre 0,30 e 0,70. A título de exemplo reproduzimos o perfil correspondente ao valor 0,50, que será considerado como um padrão aceitável. Veremos que o problema da extensão horizontal será solucionado por uma simples semelhança geométrica, a base variando proporcionalmente à altura (Fig. 6).

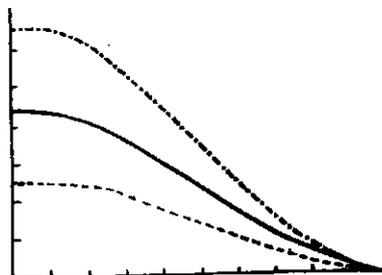


FIGURA 6

Para introduzir a análise morfométrica, o primeiro passo será calcular os volumes abrangidos pelo morro modelo de perfil em sino, mas considerado como um sólido de revolução, ao redor do eixo dos y de simetria. A construção da curva hipsográfica não seria muito difícil, mas sua integração para procurar a área será transcendente. Portanto, preferimos recorrer ao método usual dos topógrafos, decompondo o volume em "fatias" de igual espessura, limitadas por curvas de nível equidistantes. A base de cada fatia será um círculo de área igual a πr^2 ; o volume da mesma pode ser assimilado com um cilindro de mesma altura

e de base igual à média aritmética entre as duas áreas dos planos limites; como os quadrados dos raios ($r^2 = n^2$) já foram obtidos, basta fazer as médias intermediárias. Acumulando, a partir do ponto superior, teremos os volumes limitados por cada curva de nível; não há necessidade de efetuar agora a multiplicação por π que vamos conservar em fator.

TABELA II

h	r ²	Média de Δ	Médias acumuladas	Volume: π (cm ³)	Coefficiente de esferici- dade
0,5	100,000				
1,0	69,897	84,948	293,944	146,972	0,22
1,5	52,288	61,092	208,996	104,498	0,28
2,0	39,794	46,042	147,904	73,952	0,29
2,5	30,103	34,949	101,862	50,931	0,30
3,0	22,105	26,104	66,912	33,456	0,30
3,5	15,490	18,797	40,809	20,405	0,29
4,0	9,691	12,590	22,012	11,006	0,27
4,5	4,576	7,134	9,422	4,711	0,23
5,0	0,000	2,288	2,288	1,144	0,19
	343,944	293,944			

Verifica-se a legitimidade da fórmula que não utiliza as médias mas sim o total dos valores, menos a metade de cada elemento extremo. Aqui

$$343,944 - \left(\frac{500,00}{2} + \frac{0,000}{2} \right) = 293,944$$

A última coluna compara o volume do morro tipo com a meia esfera da mesma secção máxima: o coeficiente de esfericidade é a relação do volume incluído dentro do morro, ao volume da meia esfera de base igual. Mesmo nas melhores condições, isto é, para a fração limitada pelo nível 2,0 (a partir do nível de base 0) a proporção não ultrapassa 30%. Uma vez mais, constatamos a discrepância com a meia laranja.

É de se notar que a acumulação inversa foi escolhida para corresponder à evolução natural, sendo a mamelonização realizada a partir do ponto mais alto do morro. Por consequência, o volume 146,972 corresponde à totalidade do perfil, até a linha de base de cota 0,5 e o volume 20,405 à porção do perfil incluída entre a parte alta, e a linha de cota 3,0. Uma curva menos achatada daria volumes exatamente multiplicados pelo coeficiente de aumento das alturas; o coeficiente de esfericidade seria pelo contrário, modificado e amplificado. No caso de uma curva de altura total = 10 cm, com os mesmos raios, os coeficientes de esfericidade atingem 0,60.

Alturas médias e índices de massividade

Para termos uma idéia da situação morfométrica, podemos recorrer à noção clássica de altitude média e de massividade. A altitude média é a altitude de um cilindro que teria a mesma área de base e mesmo volume do que o relevo estudado; para calculá-la, basta, por consequência, dividir o volume pela área da base, utilizando o mesmo sistema de unidades. A base será igual a πr^2 o que justifica o método adotado de não efetuar a multiplicação por π . O índice de massividade é definido como igual ao quociente da altitude média pela altitude máxima. Considerando apenas os níveis: 0,5; 1; 2; 3; 4, obtemos o seguinte quadro:

TABELA III

Nível (cm)	Área base (cm ² : π)	Volume (cm ³ : π)	Altitude média (cm)	Índice de massividade
0,5	100,000	146,972	1,47	1,47/4,5 = 0,33
1,0	69,897	104,498	1,49	1,49/4,0 = 0,37
2,0	39,794	50,931	1,27	1,27/3,0 = 0,42
3,0	22,105	20,405	0,92	0,92/2,0 = 0,46
4,0	9,691	4,711	0,48	0,48/1,0 = 0,48

Como era fácil prever, exceto no caso extremo (0,5) o índice é pouco superior a 0,33, que caracteriza os picos agudos; êle é também inferior a 0,66, índice de meia esfera, sendo a diferença mais importante no caso do morro completamente evoluido, com a terminação inferior já *assintótica*. Pode-se verificar a relação com êste valor de dois terços, aplicando-se o índice de esfericidade corrigido da proporção da altura à base (ou altura da meia esfera). Um fato im-

portante é que o índice desta formação total é exatamente igual ao índice do cone, das montanhas recentes do mundo. Porisso, o morro deve constituir um excelente divisor de água, e o cálculo permite prever e explicar a natureza dendrítica da rede hidrográfica.

Organização da superfície policonvexa, ou mamelonar

Estas propriedades básicas dos morros foram estabelecidas tendo em vista não o papel do morro isolado, mas a análise das grandes áreas ocupadas por este tipo morfológico: o "mar de morros".

Depois de notar que o perfil puro da curva em sino pertence quase exclusivamente à região litoral atlântica do Brasil, devemos constatar que todas as grandes superfícies policonvexas já estudadas se caracterizam por fenômenos evolutivos perto do nível de base que, por causa de condições climáticas diversificadas, alteram a parte inferior da curva em sino. No Brasil a pequena importância da transformação das bases não impede que o desenvolvimento total ocasiona planícies alveolares na junção dos perfis.

Para constituir os modelos, seria bastante complicado analisar exatamente uma região, conservando exatamente os valores do índice de massividade de cada morro. Uma tentativa feita sobre um exemplo real, mostra que, nessa altura, pode-se construir um modelo com meias laranjas, seja geométricamente meias esferas, aplicando depois um coeficiente de redução, a fim de passar para os índices de massividade global calculados. Então o fator de correção será 0,50 a 0,69, ou seja uma redução de 50% até 31%.

Vertentes mamelonizadas

Muitas vezes, o conjunto dos morros pode ser considerado como parte integrante de uma vertente, representativa da superfície inclinada que teria sido realizada no caso de uma rocha de resistência mais igualmente distribuída e não diaclasada. Será um método legítimo considerar os morros como um "relêvo postigo", sobreposto acima do plano (inclinado) da vertente. Os índices de massividade do suporte e da parte mamelonar vão se combinar; portanto, para uma

formação com uma densidade igual à distribuição dos relêvos mamelonares e uma altitude igual, o índice final não depende da inclinação do suporte. Sabemos que o índice de massividade do relêvo desenhado é sempre 0,50 qualquer que seja a relação entre AH e BH, ou (o que é a mesma coisa) o ângulo HBA de declive. (Fig. 7)

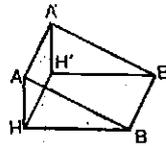


FIGURA 7

A noção de densidade necessita esclarecimentos: podemos considerar a base circular como a figura de contato do morro com o plano AA' BB' mas, cartograficamente, o contorno será a projeção da curva de nível sobre o plano horizontal HH' BB'. Optaremos para a primeira solução. Mas a própria disposição dos morros pode resultar, seja de uma base quadriculada, seja de uma base hexagonal, cada alvéolo contendo um morro. No primeiro caso, os elementos vêm em linha reta e perpendicular; no segundo, são imbricados como as árvores de um pomar de alinhamentos alternados ("quinconce" no original). (Fig. 8)

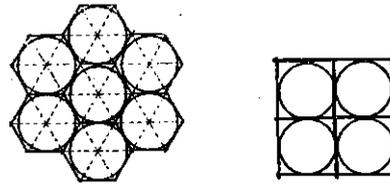


FIGURA 8

Segue que, no primeiro caso, a área de base utilizada para calcular a altitude média deve ser não o círculo, mas o quadrado circunscrito: portanto, o denominador não mais será πr^2 , mas sim $(2r)^2 = 4r^2$. Haverá ligeira diminuição da altitude média comparando o morro individual com o morro dentro do conjunto. No caso de um hexágono, a altura de cada triângulo de base será igual a r, de tal modo que a

$$\text{apótema do hexágono vale } \frac{2r}{\sqrt{3}} \text{ e a área total } 6 \times \frac{2r^2}{\sqrt{3}} = 2r^2 \cdot \sqrt{3} = 3,464 r^2. \text{ O denominador do cálculo será}$$

êste valor, ainda um pouco maior que π . A distribuição hexagonal, com os morros mais apertados implica em um aumento da altitude média na proporção de $2: \sqrt{3}$.

Será mais demonstrativo refazer o cálculo completo reservando para outra ocasião a transformação dos índices. Podemos tomar valores redondos completos, cômodos para definir a vertente de base, que deve incluir um número inteiro de morros. Fazendo $AH = h$ (nota n.º 8), podemos escolher AA' igual a $2h$, com mamelões de diâmetro h ou de raio $h: 2$. O comprimento da vertente AB será igual a $(2 + \sqrt{3})$, ou seja $3,73h$, para incluir 4 faixas, cada uma de dois morros (a primeira dois inteiros, a segunda um inteiro mais duas metades, etc.). Resulta que o lado HB vale $3,68h$ conforme o teorema de Pitágoras. O ângulo de inclinação vale, assim, mais ou menos 15° .

Temos 8 morros, de evolução incompleta, então de base 3. O volume de cada morro é indicado pela Tabela II, mas transformado na escala atual. A transformação implica em uma proporcionalidade ao cubo dos raios. Então o volume

de cada morro é: $V = 20,4 \left(\frac{0,5h}{4,7} \right)^3 \pi = 0,025 \pi h^3$. O

total do volume dos 8 morros será $0,200 \pi h^3 = 0,628 h^3$. O volume do prisma básico calcula-se em $\frac{1}{2} \times 3,68h \times 2h \times h = 3,68 h^3$. Portanto, o volume total do relêvo é $h^3 (3,68 + 0,63) = 4,31 h^3$. A área da base ($HH' BB'$) é $3,68h \times 2h = 7,36 h^2$. Deduz-se imediatamente a altitude média

$$h = \frac{4,31 h^3}{7,36 h^2} = 0,58 h$$

A altitude máxima não é h , mas pouco diferente de h aumentado da altura do morro (ver tabela II) reduzida na escala:

$$hm = h + \frac{h}{2} \times \frac{4 \times 0,5}{4,7} = 1,21 h.$$

Daqui o índice de massividade na vertente mameloni-
zada:

$$m' = \frac{0,58}{1,21} = 0,47.$$

Como era fácil prever, a mamelonização intervem para reduzir a massividade da vertente plana. Graças a este valor de 0,47 podemos contar com uma boa estabilidade da rede hidrográfica dendrítica, pois os divisores de água estão muito fortes.

Os valores seriam ainda um pouco inferiores para morros mais evoluídos, conforme a tabela dos índices calculados. Podemos observar também que, com morros hemisféricos, que correspondem a “meias laranjas”, a massividade aumenta até 0,55, o que estaria em contradição com as observações.

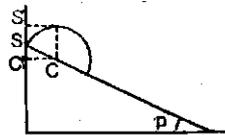


FIGURA 9

Mas essa secção da esfera é a única que permite verificar nossa aproximação relativa à altura máxima. Aparece bem claro na figura (Figura 9) que, sendo p o ângulo de inclinação da vertente, o coeficiente de aumento de altitude que resulta do morro mais elevado é $SS' = CC' (1 - \text{sen } p)$, valor que foi assimilado à unidade. A aproximação fica boa dentro dos limites de p que podem ser constatados na natureza. Para 15° de inclinação, a correção será $1 (1 - \text{sen } 15^\circ) = 1 - 0,2588 = 0,7412$ e no lugar de 1,21 teremos 1,16 de tal modo que o índice de massividade tornar-se-ia 0,48, o que não modifica as conclusões.

No caso de desigualdade dos morros, é de se notar que os morros grossos usualmente ocupam as partes baixas da vertente. Porisso, a altitude máxima não seria modificada; mas o volume fica aumentado, assim como a altitude média. O índice deve crescer um pouco, o que vai diminuindo o papel de divisor de águas.

Cristas mamelonizadas

Considerando a crista de intersecção organizada por duas vertentes, teremos um modelo válido ao introduzir o processo de mamelonização apenas na parte mais alta. As vertentes ficarão lisas e não modificadas pela evolução físico-química. Tal paisagem pode ser observada quando as diaclases paralelas não afetam a faixa mediana da rocha. Somente as partes mais altas são enfraquecidas, particularmente por fragmentação longitudinal.

Como o declive dos planos da crista não têm um papel importante, podemos escolher valores cômodos. Para variar os métodos, será demonstrativo partir da forma hemisférica e transformar os volumes através do coeficiente de esfericidade. (Fig. 10)

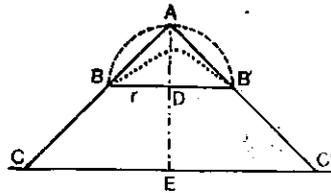


FIGURA 10

Um declive de 45° para cada vertente dá uma esquina retangular. Por conseqüência podemos construir uma esfera apoiada sobre qualquer linha BB' paralela a CC' , e que passe pelo ponto A. É evidente que o processo não pretende representar a evolução porque tal deslocamento lateral de matéria seria pouco possível.

Escolhemos $AB = BC = AB' = BC'$ onde $AD = r$, teremos $CE' = 2r$. O comprimento da crista (perpendicular ao plano da figura) será suficiente para conter 3 morros, então igual a $6r$.

O volume total será constituído pelo volume de base, de perfil trapezoidal e os 3 morros supostos, pelo momento, hemisféricos.

$$\begin{aligned} \text{Área do trapézio perfil } & \frac{BB' + CC'}{2} \times DE = \\ & = \frac{2r + 4r}{2} r = 3r^2. \\ \text{Volume da base } & 3r^2 \times 6r = 18r^3 \end{aligned}$$

$$\text{Volume de cada morro } \frac{2}{3} \pi r^3$$

$$\text{Volume dos 3 morros } 2 \pi r^3 = 6,2832 r^3$$

$$\text{Base horizontal do relêvo } 4 r \times 6 r = 24 r^2$$

Passando, podemos verificar a altitude média da base = 0,75 r. Índice de massividade $m = 0,75$.

Para adaptar nosso cálculo à definição do perfil do morro em sino, devemos aplicar às meias esferas o coeficiente de esfericidade. Como se trata de uma formação elevada, devemos admitir uma forma menos achatada, o que pode ser obtido multiplicando os coeficientes de esfericidade por um fator igual à ampliação das alturas. O coeficiente de esfericidade para o nível 3 seria assim 0,60 (0,30 x 2). O volume definitivo dos morros será então $2 \pi r^3 \times 0,60 = 3,77 r^3$. O que resulta para o volume total em:

$$(18 + 3,77) r^3 = 21,77 r^3$$

$$21,77 r^3$$

$$\text{A altitude média calcula-se em } \frac{21,77 r^3}{24 r^2} = 0,91 r$$

A altitude máxima será deduzida de uma interpolação linear; sendo 2 cm na tabela para um morro de raio 4,71, mas devendo dobrar esta altitude, aqui teremos para um morro de raio r:

$$\frac{4 r}{4,71} = 0,84 r$$

A altitude máxima será igual à soma da altitude da base com a altitude do morro, ou seja:

$$r + 0,84 r = 1,84 r$$

Finalmente o índice de massividade da crista será:

$$m = \frac{0,91}{1,84} = 0,49$$

Com uma esfericidade de 0,30, a altitude média seria:

$$h = 0,824 r$$

Mas a altitude do morro seria diminuída para a metade, isto é, 0,42 r, de tal modo que o índice passa para:

$$\frac{0,824}{1,42} = 0,58$$

Mas parece pouco provável que a evolução possa atingir tal grau de aplainamento sem afetar a parte baixa das vertentes.

"Rosários" de morros

Portanto, somos levados a considerar agora o processo de uma crista mais ou menos reta, atingida pela formação transversal de diaclases. Acontece que a madureza das formas apenas será estendida para as direções laterais, pois a evolução longitudinal será interrompida por interação com o morro vizinho.

Para estudar este caso muito importante, um método clássico será construir um modelo da curva de nível, como ela resulta de dados plausíveis (Fig. 11). Podemos admitir

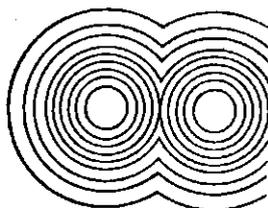


FIGURA 11

que a parte incompletamente evoluida será limitada pelo nível 2,5 sendo a curva correspondente, um círculo de raio 5,48 cm. Depois bastará, com um planímetro, medir a área incluída dentro de cada contórno fragmentário, somar e multiplicar pela equidistância. Mas será mais conforme o nosso propósito continuar aplicando um tratamento geométrico. (Fig. 12)

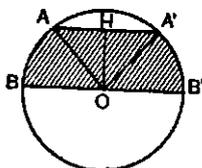


FIGURA 12

A parte hachurada $AA'BB'$ é composta de dois setores de círculos: AOB , $A'OB'$ e de um triângulo $AA'O$. Conhecemos OB , raio da curva de nível e OH que é o mesmo

para todos os trapézios mistilíneos: seja o raio de tangência, 5,48 cm no exemplo. Chamando o ângulo $AOB = A'OB'$, teremos $AH = AO \cos \alpha$, $OH = AO \sin \alpha$. A segunda igualdade permite calcular α que, transportado na primeira fornecerá o valor de AH ; o setor circular resultará de uma proporcionalidade. O triângulo tem uma área igual a:

$$AH \times HO = AO^2 \times \sin \alpha \cos \alpha = \frac{AO^2}{2} \sin 2\alpha.$$

Podemos começar com o círculo de raio 10 cm, e teremos $\sin \alpha = \frac{5,48}{10} = 0,5480$.

A tabela das linhas trigonométricas naturais dá: $\alpha = 33^\circ 13'$; $\cos \alpha = 0,8366$; $AH = 8,36$ cm.

O círculo completo tem a área $\pi \times 10^2 = 314,16$ cm². Será mais fácil transformar α em minutos de grau: $33^\circ \times 60 + 13' = 1993'$

$$\text{Cada setor vale: } \frac{33,13}{360} \times 314,16 = \frac{1993'}{21\ 600} \times 314,16 =$$

$$= 28,98 \text{ cm}^2.$$

De onde, para os dois setores: 57,96 cm²

AH vale 8,36 cm. O triângulo AOA' tem a área:

$$8,36 \times 5,48 = 45,84 \text{ cm}^2 \text{ ou também } \frac{10^2}{2} \times \sin 66^\circ 26' =$$

$$50 \times 0,9168 = 45,84 \text{ cm}^2.$$

Por consequência teremos para a parte hachurada a área: $A = 57,96 + 45,84 = 103,80$ cm².

Continuando a aplicar o mesmo tratamento para o círculo de raios: 8,35; 7,23; 6,30; obtemos a tabela seguinte, dada a título de informação:

TABELA IV

Raio	Ângulo	Áreas seto- res	Área triân- gulo. (cm ²)	Área total (cm ²)
10,00	33° 13'	57,96	45,84	103,80
8,35	48° 02'	49,92	34,52	84,44
7,23	49° 17'	44,71	25,84	70,55
6,30	60° 25'	41,86	17,05	58,91
		194,45	123,25	317,70

A equidistância vale 0,5 cm. O volume da base da parte hachurada calcula-se em $317,70 \times 0,5 = 158,85 \text{ cm}^2$. Deve-se acrescentar a parte superior, não modificada. Será a metade do volume de revolução inscrito na tabela II:

$$\frac{1}{2} = 33,45 \times \pi = 52,54 \text{ cm}^3.$$

Finalmente teremos o volume elementar básico:

$$158,85 + 52,54 = 211,39 \text{ cm}^3.$$

O meio morro inicial vale: 230,86, de tal modo que o elemento inicial tem o volume: $230,86 + 211,39 = 442,25 \text{ cm}^3$.

Os elementos intermediários, recortados, valem $2 \times 211,39 = 422,78 \text{ cm}^3$.

Um rosário de três morros corresponde ao volume de dois elementos iniciais, mais um elemento intermediário, seja:

$$2 \times 442,25 + 1 \times 422,78 = 1\ 307,28 \text{ cm}^3.$$

Podemos facilmente calcular o volume de rosários mais compridos; basta acrescentar, de cada vez, um elemento intermediário. O que resulta na seguinte tabela:

TABELA V

Comprimento	Volume (cm ³)
2 morros	884,50
3 morros	1307,28
4 morros	1730,06
5 morros	2152,84

Trata-se, agora, de calcular a área de base. Mas podemos fazer duas interpretações diferentes (Fig. 13). Na

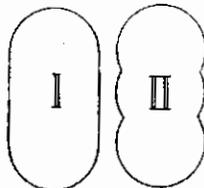


FIGURA 13

primeira, será considerado o contôrno exterior I que vem tangente aos dois círculos extremos. No segundo, o contôrno exterior acompanha exatamente a circunferência dos círculos. Esta última área, mais reduzida que a primeira, corresponderia ao caso de planícies alveolares incluídas nos pés dos interstícios: o volume dessas superfícies é quase nulo, e sua extensão não pode ser incluída no total. Pelo contrário, a hipótese I corresponde a glacis de pedimentação; o volume dos cones obtidos na base dos morros vizinhos, não modifica o volume total, mas a área deve ser levada em conta. O cálculo da área é imediato, utilizando os valores da tabela IV. Obtemos, assim:

Caso I — Elemento terminal: um meio círculo + 1 retângulo de

$$5,48 \times 20: \frac{\pi \times 10^2}{2} + 5,48 \times 20 = 157,08 + 109,6 = 266,68 \text{ cm}^2.$$

$$\text{Elemento intermediário } (5,48 \times 20)^2 = 219,20 \text{ cm}^2$$

Caso II — Elemento terminal: um meio círculo completo + 1 meio círculo recortado — 157,08 + 103,80 = 260,88 cm²

Elemento intermediário: dois meio círculos recortados + 103,81 × 2 = 207,62 cm²

Podemos completar o quadro pelos valores das áreas de base:

TABELA VI

Comprimento	Área de base (cm ²)	
	I	II
2 morros	553,36	521,76
3 morros	752,56	729,38
4 morros	971,76	937,00
5 morros	1190,96	1144,62

As altitudes médias e os índices obtêm-se dividindo o valor do volume pela área e o resultado por 4,5.

Exemplo: 2 morros — volume 884,50

$$\text{Caso I — Altura média: } h = \frac{884,50}{533,36} = 1,658 \text{ cm}$$

$$\text{Índice de massividade } m = \frac{1,59}{4,5} = 0,35$$

$$\text{Caso II — Altura média: } h = \frac{884,50}{521,76} = 1,64$$

$$m = \frac{1,64}{4,5} = 0,36$$

Continuando sem outro, conseguimos a tabela final:

TABELA VII

Comprimento	Índice de massividade	
	I	II
2 morros	0,36	0,36
3 morros	0,38	0,40
4 morros	0,39	0,41
5 morros	0,41	0,42

Os números confirmam os resultados intuitivos: embora as duas hipóteses apresentem uma diferença de área maior,

à medida que o número de morros aumenta, esta disparidade tende a desaparecer. Assim para 10 morros, os valores respectivos são: 0,45 e 0,46. Portanto, com um número infinito de morros, os dois valores ficariam iguais a 0,50. Mas esta consideração é puramente especulativa, pois, na natureza os rosários atingem raramente 5 ou 6 de uma linha, mas sim, às vezes, uma cadeia de rosários. Por outro lado, os valores são menores que para tôdas as outras formações analisadas.

A massividade mostra que a ação sôbre a réde hidrográfica é máxima para 2 ou 3 morros do tipo I. Não é raro constatar esta formação como interflúvio, perto da confluência. O fato de que a altura dos morros pode ser diferente não modifica o essencial da análise.

Conclusão

Esta nova abordagem mais fina de tratamento estatístico na pesquisa geomorfológica não entra em contradição com os resultados de um estudo precedente, feito a partir de meias esferas. Como seria inútil, não foi calculado o índice de massividade do pão de açúcar. A teoria mecânica indica valores muito próximos de 1,00 (caso do "horst" perfeito). Algumas tentativas feitas com as curvas de nível indicam um índice final entre 0,80 e 0,90. Mas a massividade leva a uma caracterização global de uma área, e tem pouco interêsse para manifestações isoladas. Pelo contrário, êste nôvo passo do domínio do modelismo da superfície policonvexa, não sômente contribuirá para um melhor conhecimento do "mar de morros" brasileiro, mas também para uma comparação com as formações análogas de outros países. Haverá sempre grandes dificuldades para se determinar as feições detalhadas de uma paisagem que consiste em sutis detalhes. Entre a noção muito geral de "mar de morros" e o estudo de cada morro individual, há uma etapa decisiva que apenas pode ser superada por considerações teóricas. Publicando o resultado atual de um trabalho ainda bem incompleto, esperamos despertar a curiosidade de pesquisadores jovens que poderiam multiplicar a análise de várias áreas, antes de provocar uma síntese baseada sôbre a presente classificação de modelismo.

Notas

- (1) — Ver em particular TERZAGHI — Mécanique théorique des sols., p. 149. CAQUOT & KERIZEL — Mécanique des sols., chap. XX, etc.
- (2 e 3) — Ver em particular LIBAULT — Equilibres, p. 31 e seg.
- (4) — O estado de equilíbrio superior é de grande interesse para examinar várias formas de evolução. Mas é bastante difícil e fora de propósito.
- (5) — CAQUOT & KERIZEL — Traité de mécanique des sols., p. 363.
- (6) — Sistema de unidades MTS, R torna-se de 1000 toneladas por metro quadrado; daqui
- $$Z_0 = \frac{1000}{2,5} \times 0,5 = 400 \times 0,5 = 200 \text{ m}$$
- (7) — Preocupados em não ofender o conformismo do leitor, utilizamos a constante canônica, e, mas deixando de introduzir π .
desnecessário. Nada obsta em escrever a e^{-x^2} , e os dois parâmetros são ligados pela relação:
 $\log a = K \log e$
- (8) — O método equivale a tomar h como unidade.